

RAPPELS ET COMPLÉMENTS SUR LES PREMIER ET SECOND PRINCIPES - APPLICATION AUX SYSTÈMES OUVERTS EN ÉCOULEMENT PERMANENT

Sommaire

I	1^{er} et 2nd principes de thermodynamique	3
I.1	Eléments fondamentaux sur le Premier Principe	3
	a - Expérience de Joule : principe d'équivalence travail-chaleur	3
	b - Energie interne et premier principe pour les systèmes immobiles	4
	c - Cas particulier des gaz parfaits : première loi de Joule	5
	d - Signification physique de l'énergie interne	6
	e - Premier principe pour les transformations isobares : fonction d'état enthalpie	6
	f - Cas particulier des gaz parfaits : seconde loi de Joule	7
	g - Premier principe pour les systèmes en mouvement	7
	h - Cas des transformations quasistatiques - transformation infinitésimale - conventions d'écriture	7
I.2	Eléments fondamentaux sur le Second Principe	8
	a - Nécessité d'un principe d'évolution	8
	b - Définition de l'entropie	9
	c - Enoncé de Thomson du second principe 1852	9
	d - Cas d'une transformation infinitésimale	10
I.3	Identité thermodynamique (hors programme mais bien utile → à retenir!)	10
	a - Enoncé	10
	b - Exemple d'application : l'énoncé de Clausius du second principe	10
II	Thermodynamique des systèmes ouverts en régime permanent	12
II.1	Reformulation du premier principe	12
II.2	Reformulation du second principe	14

III	Exemples classiques d'application	14
III.1	Détente de Joule-Kelvin	14
III.2	Tuyère	15
III.3	Echangeur thermique parallèle à contre courant	16
IV	Etude des machines thermiques à l'aide du diagramme (P,h) de leur caloporteur	17
IV.1	Le diagramme (P,h) : utilité et principe de lecture pour fluide monophasé	17
	a - Premier exemple élémentaire avec fluide monophasé : le détendeur	18
	b - Second exemple élémentaire avec fluide monophasé : le compresseur	19
IV.2	Diagramme (P,h) des fluides diphasés	20
	a - Principe de lecture	20
	b - Exemple : le réfrigérateur à tétrafluoroéthane R134a	20

I 1^{er} et 2nd principes de thermodynamique

I.1 Éléments fondamentaux sur le Premier Principe

a - Expérience de Joule : principe d'équivalence travail-chaaleur

Supposons un système fermé S constitué d'eau dans un calorimètre dans un état initial $E.I.$ simplement caractérisé par la température initiale T_i . On considère le calorimètre parfait, c'est à dire sans aucune perte thermique par sa paroi (paroi athermane).

NB : compte tenu du caractère condensé de l'eau, la pression est quasiment sans effet sur elle, et seul le paramètre **température** suffit à en décrire son état.

Joule procéda en 1845 à l'expérience décrite ci-dessous (cf. Publication dans Le Compte Rendu de l'Académie des sciences 1847) :

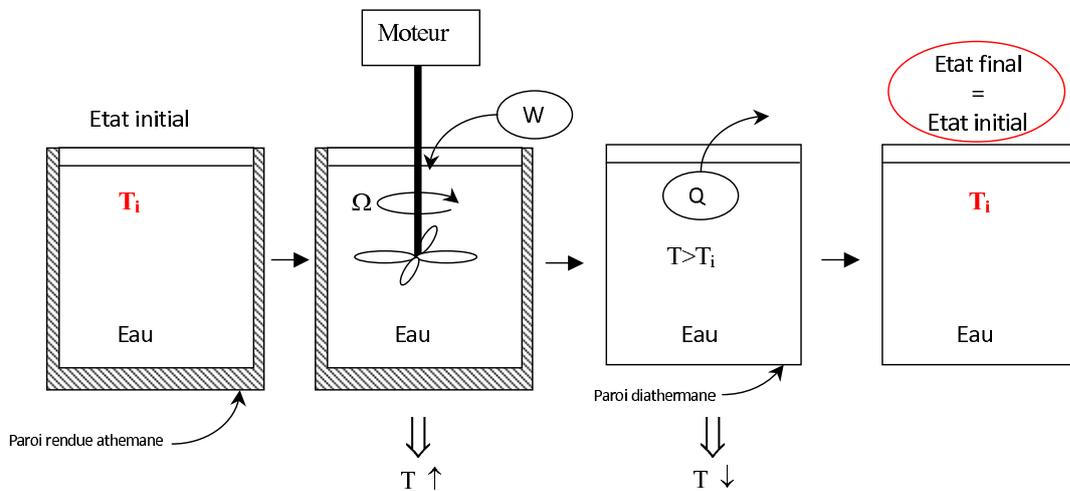


FIGURE XIX.1 – Expérience de Joule : principe d'équivalence des transferts d'énergie

- ▶ On communique à l'eau initialement à la température T_i le travail $W > 0$ par l'intermédiaire d'une hélice mise en rotation par un moteur
- ▶ La température du système augmente $T \uparrow$.
- ▶ On retire la paroi athermane du calorimètre pour le transformer en un récipient de paroi diathermane, c'est à dire perméable à la chaleur. On constate que la température diminue, le système cédant une quantité de chaleur Q à l'extérieur $T \downarrow$
- ▶ En fin de "relaxation thermique", le système retrouve sa température initiale donc **état initial = état final**.

EN RÉSUMÉ SOUS FORME D'UN CYCLE :

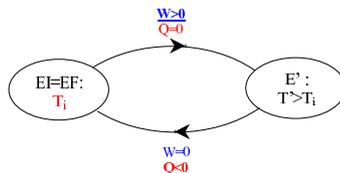


FIGURE XIX.2 – Représentation cyclique de l'expérience de Joule

Joule établit alors expérimentalement que : $W + Q = 0$

A RETENIR :

PROPRIÉTÉ - (I.1) - 1:

- ▶ Travail W et chaleur Q sont deux formes équivalentes de transferts d'énergie.
- ▶ Pour un système fermé subissant une série de transformations physiques (pas de réactions chimiques) qui le ramènent dans son état initial i.e. constituant un cycle, on a :

$$W + Q = 0$$

b - Energie interne et premier principe pour les systèmes immobiles

On considère :

- ▶ un système fermé et immobile dans un état initial $E.I.$
- ▶ diverses transformations $\{1, 2, \dots\}$ de ce système par échange de chaleur et travail : $(W_{i_1}, Q_{i_1}), (W_{i_2}, Q_{i_2}), \dots$ l'amenant toutes dans le même état final $E.F.$.
- ▶ une dernière transformation (W_f, Q_f) , seule cette fois, ramenant le système en état initial $E.I.$

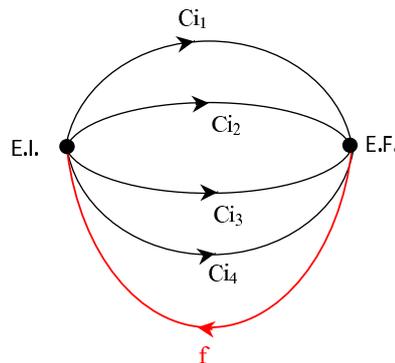


FIGURE XIX.3 – Illustration du principe d'équivalence

Par principe d'équivalence, on peut écrire :

$$\left. \begin{array}{l} W_{i_1} + Q_{i_1} + W_f + Q_f = 0 \\ W_{i_2} + Q_{i_2} + W_f + Q_f = 0 \\ \dots \\ W_{i_n} + Q_{i_n} + W_f + Q_f = 0 \\ \dots \end{array} \right\} \Rightarrow W_{i_1} + Q_{i_1} = W_{i_2} + Q_{i_2} = \dots = W_{i_n} + Q_{i_n} = \dots = \underbrace{W}_{= f(\text{chemin})} + \underbrace{Q}_{= f(\text{chemin})} = \underbrace{cste}_{= f(EI, EF)}$$

Ainsi, alors que les quantités W et Q dépendent du chemin de transformation (cf MPSI), leur somme est indépendante de celui-ci, et ne dépend que des états initial $E.I.$ et final $E.F.$ du système caractérisés par leurs variables d'état respectives.

DÉFINITION - (I.1) - 1:

On pose alors l'existence d'une fonction d'état du système appelée énergie interne et notée U caractérisant l'état d'énergie du système et vérifiant la relation appelée Premier principe de thermodynamique :

A RETENIR : (RAPPELS !!)

$$\Delta U = Q + W \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{La variation d'énergie interne d'un système au cours} \\ \text{d'une transformation est la somme des échanges} \\ \text{énergétiques de ce système avec l'extérieur} \end{array} \quad (\text{XIX.1})$$

avec :

$$Q \text{ chaleur échangée avec l'extérieur}$$

$$W = W_{\text{pression}} + W'_{\text{autre}} \text{ travail échangé avec l'extérieur avec : } W_{\text{pression}} = - \int_{E.I.}^{E.F} P_{\text{ext}} \cdot dV$$

CONVENTION : on compte $\begin{cases} W \text{ ou } Q > 0 & \text{lorsque le système reçoit cette énergie} \\ W \text{ ou } Q < 0 & \text{lorsque le système cède cette énergie} \end{cases}$

PROPRIÉTÉ - (I.1) - 2:

- ❶ U est une fonction d'état $\Rightarrow U = fct(\text{paramètres d'état du système})$; ex : P, T .
- ❷ La variation d'énergie interne ne dépend que des états initial et final du système (fct d'état) $\Rightarrow \Delta U \neq$ chemin de transformation
- ❸ Pour définir U il faut que ses paramètres d'état soient définis, i.e. système à l'équilibre $\Rightarrow U$ d'un système défini uniquement à l'équilibre de celui-ci.
- ❹ U est extensive :

Si U_1 est l'énergie interne d'un système Σ_1 et U_2 l'énergie interne d'un système Σ_2 , alors l'énergie interne du système formé par la mise en contact des deux systèmes est :

$$U_{1+2} = U_1 + U_2 + U_{\text{inter.12}}$$

avec $U_{\text{inter.12}}$ l'énergie interne d'interaction entre les deux systèmes.

On montre que dans le cas de systèmes macroscopiques à haute température (limite thermodynamique) $U_{\text{inter.12}} \xrightarrow{\text{taille } \Sigma \uparrow} 0$, donc :

A RETENIR :

$$U_{1+2} = U_1 + U_2$$

c - Cas particulier des gaz parfaits : première loi de Joule

A RETENIR :

PROPRIÉTÉ - (I.1) - 3:

L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température (vu en MPSI) :

$$U_{G.P.} = U(T)$$

CONSÉQUENCE :

$$\Delta U_{G.P.}(E.I. \rightarrow E.F.) = nc_v \cdot (T_F - T_I) = nc_v \cdot \Delta T$$

avec c_v capacité thermique molaire à volume constant du GP.

d - Signification physique de l'énergie interne

Le bilan d'énergie effectué dans la démonstration du premier principe ci-dessus s'appuie sur l'hypothèse d'un système immobile \implies aucune énergie cinétique macroscopique dans le premier principe (ex : mouvement de translation du centre de masse du système) .

On suppose également que le système n'est soumis à aucun champ de force potentielle extérieur \implies aucune énergie potentielle extérieure dans le premier principe (ex : particules d'un gaz en champ de pesanteur).

A RETENIR :

CONCLUSION :

L'énergie interne U d'un système de N particules est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie d'interaction **microscopiques** du système :

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum_i \epsilon_{p_i}$$

e - Premier principe pour les transformations isobares : fonction d'état enthalpie

DÉFINITION - (I.1) - 2:

On définit la fonction d'état extensive enthalpie, noté H par :

$$H = U + PV$$

Sa variation entre les états E.I. et E.F. s'écrit donc :

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV)$$

PROPRIÉTÉ - (I.1) - 4:

Dans le cas d'une transformation **isobare**, la variation d'enthalpie s'identifie à la chaleur Q_p échangée par le système avec l'extérieur :

$$P = cste \quad \Leftrightarrow \quad \Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = Q_p - P \cdot \Delta V + P\Delta V = Q_p$$

INTÉRÊT : en chimie où de nombreuses réactions se font de manière quasi-isobare.

f - Cas particulier des gaz parfaits : seconde loi de Joule

A RETENIR :

PROPRIÉTÉ - (I.1) - 5:
 L'enthalpie d'un gaz parfait ne dépend que de la température (vu en MPSI) :

$$H_{G.P.} = H(T)$$

CONSÉQUENCE :

$$\Delta H_{G.P.}(E.I. \rightarrow E.F.) = n c_p \cdot (T_F - T_I) = n c_p \cdot \Delta T$$

avec c_p capacité thermique molaire à pression constante du GP.

g - Premier principe pour les systèmes en mouvement

Si le système est en mouvement il possède une **énergie cinétique macroscopique** ; si le système est soumis à un champ de force potentielle extérieur, il possède aussi une **énergie potentielle extérieure**. Ces énergies, susceptibles d'évoluer par échange de travail et de chaleur, doivent être comptabilisées dans l'expression du premier principe :

A RETENIR :

$$\Delta (U + E_c + E_p^{ext}) = \Delta \varepsilon = Q + W \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{La variation d'énergie totale (macro- et microscopique)} \\ \text{d'un système au cours d'une transformation} \\ \text{est la somme des échanges énergétiques de ce système} \\ \text{avec l'extérieur} \end{array} \quad (XIX.2)$$

h - Cas des transformations quasistatiques - transformation infinitésimale - conventions d'écriture

On envisage un système fermé passant de l'état initial $E.I.$ à l'état final $E.F.$ par une **transformation très lente**, suffisamment pour être considérée comme **une suite d'états d'équilibre** : on parle de **transformation quasistatique**.

\Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{les paramètres d'état sont définis en tout point du trajet de cette transformation lente, ex : } P, T \\ \text{la fonction d'état énergie interne } U \text{ est définie en tout point de ce trajet de transformation lente.} \end{array} \right.$

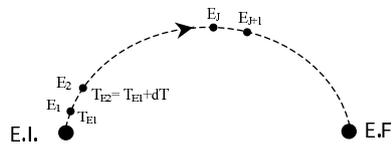


FIGURE XIX.4 – Transformation quasistatique

La "portion" de transformation entre deux états infiniment proches E_j et E_{j+1} à variables définies et de fait continues est appelée **transformation infinitésimale** \Rightarrow on peut écrire le premier principe entre ces deux états :

A RETENIR : Premier principe pour une transformation infinitésimale

$$\left. \begin{aligned} \delta Q_{j,j+1} &= \text{chaleur infinitésimale échangée pour la transfo. infinitésimale} \\ \delta W_{j,j+1} &= \text{travail infinitésimal échangé pour la transfo. infinitésimale} \\ dU_{j,j+1} &= \text{variation infinitésimale de } U \text{ pour la transfo. infinitésimale} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \boxed{dU_{j,j+1} = \delta Q_{j,j+1} + \delta W_{j,j+1} = \delta Q_{j,j+1} + \delta W_{j,j+1}(\text{autre}) - \underbrace{P_{ext}}_{=P \text{ car état d'équilibre}} \cdot dV_{j,j+1}}$$

REMARQUE - (I.1) - 1:

CONVENTIONS DE NOTATION (FONDAMENTAL !!!)

On retiendra les conventions de notations suivantes :

- " δ " : désigne une quantité infinitésimale (travail, chaleur, masse) \Rightarrow ne s'applique pas aux fonctions d'état
- " d " : désigne une variation infinitésimale \Rightarrow s'applique aux fonctions/variables d'état

EXEMPLES DE TRANSFORMATIONS INFINITÉSIMALES :

- Compression **isotherme** d'un parfait gaz dans un cylindre par ajouts successifs de petites masselottes sur le piston de fermeture :

Dans ces conditions, la pression du gaz vaut toujours la pression extérieure et on a pour le travail des forces de pression :

$$\delta W_{j,j+1} = -P_{ext} \cdot dV_{j,j+1} = -P \cdot dV_{j,j+1} \Rightarrow W_{pression} = - \int_{ini}^{final} P \cdot dV = -nRT \int_{ini}^{final} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V_{final}}{V_{init}}$$

- Transfert de chaleur très lent entre deux corps solides mis en contact.

I.2 Eléments fondamentaux sur le Second Principe

a - Nécessité d'un principe d'évolution

Certaines expériences peuvent satisfaire au premier principe (conservation de l'énergie) mais ne se produisent pas en pratique ; on peut citer :

- transfert spontané d'un corps chaud vers un corps froid **mais transformation inverse impossible !**
- freinage d'un véhicule qui transforme l'énergie cinétique en chaleur **mais impossible de fournir du travail à partir de la chaleur dégagée par les freins !**
- Dans le même style d'idée, un moteur "séduisant" qui n'existe manifestement pas serait :

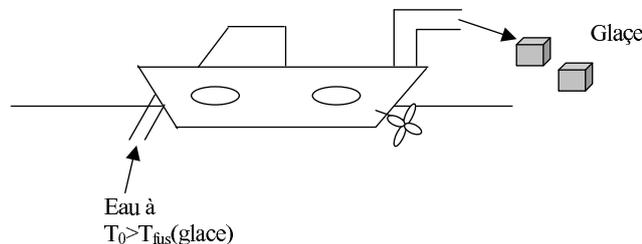


FIGURE XIX.5 – Moteur "séduisant"

b - Définition de l'entropie

DÉFINITION - (I.2) - 3:

On postule l'existence d'une fonction d'état d'un système appelée entropie et notée S telle que sa variation ΔS au cours d'une transformation quelconque du système vérifie :

$$\Delta S = \underbrace{S^e}_{\text{entropie échangée}} + \underbrace{S^c}_{\text{entropie créée} \geq 0} \quad (\text{XIX.3})$$

avec :

$$\left[\begin{array}{l} S^e = \sum_i \frac{Q_i}{T_{S_i}} \implies \text{entropie échangée par contact lors de l'échange de} \\ S^c \geq 0 \implies \text{entropie créée au cours de la transformation} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{chaleur } Q_i \text{ avec des sources de température } T_{S_i} \\ \left\{ \begin{array}{l} S^c > 0 \text{ transfo. irréversible} \\ S^c = 0 \text{ transfo. réversible} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

PROPRIÉTÉ - (I.2) - 6:

- ❶ S est une fonction d'état donc $S = fct(\text{paramètres d'état du système})$
- ❷ La variation d'entropie ne dépend que des états initial E.I. et final E.F. du système (fct d'état) $\implies \Delta S \neq$ chemin de transformation
- ❸ S^c et S^e ne sont pas des fonctions d'état : elles dépendent du chemin de transformation pour aller de E.I. à E.F.
- ❹ Pour toute transformation réversible et avec contact avec une seule source : $S^c = 0 \implies \Delta S^{rev} = \frac{Q}{T}$ (T température du système)
- ❺ Pour toute transformation d'un système isolé : $Q_i = 0 \forall i \implies \Delta^{isol} S = \left. \begin{array}{l} S^c = 0 \text{ si transfo. réversible} \\ S^c > 0 \text{ si transfo. irréversible} \end{array} \right\}$

c - Énoncé de Thomson du second principe 1852

Soit un système physique en contact avec une source de température T_S subissant un cycle. On a d'après la définition d'une fonction d'état :

$$\left[\begin{array}{l} \Delta_{cycle} U = Q + W = 0 \\ \Delta_{cycle} S = \frac{Q}{T_S} + \underbrace{S^c}_{\geq 0} = 0 \end{array} \right]$$

ce qui entraîne :

$$\left[\begin{array}{l} Q_{cycle} < 0 \\ W_{cycle} > 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow \text{Au cours d'un cycle, un système en contact avec une} \\ \text{seule source ne peut que recevoir du travail et céder} \\ \text{de la chaleur}$$

CONSÉQUENCE : le moteur de bateau présenté en introduction ne peut fonctionner puisqu'il ne dispose que d'une seule source thermique : l'eau qu'il serait censé transformer en glace pour produire du travail!!!

d - Cas d'une transformation infinitésimale

Comme pour l'énergie interne, on peut définir la variation infinitésimale d'entropie d'un système attachée à une transformation infinitésimale entre les états j et $j + 1$:

A RETENIR :

$$\left. \begin{array}{l} \delta S_{j,j+1}^{ech} = \sum_i \frac{\delta Q_{i,j,j+1}}{T_{S_i}} \text{ entropie échangée avec les sources à } T_{S_i} \\ \delta S_{j,j+1}^c \geq 0 \text{ entropie créée par la transformation} \end{array} \right\} \Rightarrow dS_{j,j+1} = \delta S^{ech} + \delta S^c = \sum_i \frac{\delta Q_{i,j,j+1}}{T_{S_i}} + \delta S_{j,j+1}^c$$

$dS_{j,j+1}$ = variation infinitésimale de S pour la transfo. infinitésimale

Si le système est en contact avec une seule source alors (à retenir) :

$$dS_{j,j+1} = \frac{\delta Q_{j,j+1}}{T_{source}} + \delta S^{c \text{ rév.}} = \frac{\delta Q_{j,j+1}}{T_{source}}$$

I.3 Identité thermodynamique (hors programme mais bien utile → à retenir!)

a - Enoncé

Soit un système en contact avec une source unique et subissant une transformation réversible ; la température du système vaut obligatoirement la température de la source $T = T_S$ à tout instant, et on a pour une portion infinitésimale de cette transformation :

- ▶ $dS_{rev} = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \delta Q = T \cdot dS$ avec T température du système
- ▶ $\delta W = -P \cdot dV$ (si travail des forces de pression uniquement)

Le premier principe s'écrit alors :

$$dU = \delta Q - P \cdot dV = T \cdot dS_{rev} - P \cdot dV$$

Cette relation est en fait très générale, que la transformation soit réversible ou non ; elle est appelée : **identité thermodynamique**

$$\text{Identité thermodynamique (relation fondamentale 1)} \Leftrightarrow dU = T \cdot dS - P \cdot dV \quad (\text{XIX.4})$$

qui implique :

$$\left[\begin{array}{l} \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = T \Leftrightarrow \text{définition de la température thermodynamique} \\ \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = -P \Leftrightarrow \text{définition de la pression thermodynamique} \end{array} \right.$$

AUTRE ÉCRITURE :

$$\text{Identité thermodynamique (relation fondamentale 2)} \Leftrightarrow dS = \frac{1}{T} \cdot dU + \frac{P}{T} \cdot dV \quad (\text{XIX.5})$$

avec :

$$\left[\begin{array}{l} \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V = \frac{1}{T} \Leftrightarrow \text{définition de la température thermodynamique} \\ \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U = \frac{P}{T} \Leftrightarrow \text{définition du rapport pression thermodynamique/température thermodynamique} \end{array} \right.$$

b - Exemple d'application : l'énoncé de Clausius du second principe

Les parois séparant le système de la source sont perméables à la chaleur, le système va donc évoluer vers un état d'équilibre. En outre, les temps de relaxation thermiques étant très importants, on peut considérer le système comme constamment à l'équilibre, ce

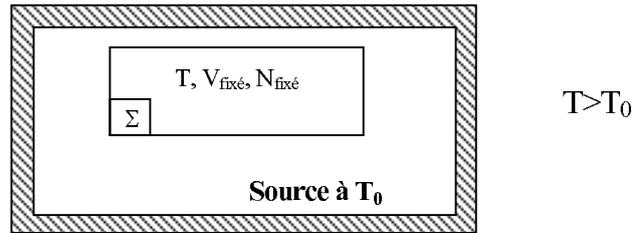


FIGURE XIX.6 – Formulation de Clausius du second principe

qui assure que les variables P et T , ainsi que les fonctions d'état sont définies¹

La transformation est donc supposée quasistatique, ce qui permet d'écrire l'identité thermodynamique pour le système :

$$dU = \underbrace{T}_{\text{définie}} \cdot dS - P \cdot \underbrace{dV}_{=0} = T \cdot dS$$

de même pour la source :

$$dU_{\text{source}} = T_0 \cdot dS_{\text{source}}$$

L'ensemble (*source + système*) étant isolé, on peut écrire :

$$dU_{\text{total}} = d(U + U_{\text{source}}) = 0 \implies dU = -dU_{\text{source}} \text{ soit : } TdS = -T_0dS_{\text{source}} \implies dS_{\text{source}} = -\frac{T}{T_0}dS$$

et également

$$dS_{\text{tot}} = \underbrace{\delta S_{\text{tot}}^c}_{\geq 0} = dS + dS_{\text{source}} = \underbrace{dS}_{=\frac{dU}{T}} \cdot \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) = \delta Q \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \geq 0$$

On en tire l'énoncé de Clausius du second principe : $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } T > T_0 \text{ alors } dU = \delta Q < 0 \implies \text{le système perd de la chaleur} \\ \text{si } T < T_0 \text{ alors } dU = \delta Q > 0 \implies \text{le système prend de la chaleur} \end{array} \right.$

NB : ces conclusions sont bien conformes aux observations que prévoyait le sens commun : **un corps chaud réchauffe un corps froid en contact avec celui-ci et inversement.**

Dans le cas d'une transformation non quasistatique, on doit écrire :

$$\Delta U_T = \underbrace{\Delta U}_{=Q} + \underbrace{\Delta U_{\text{source}}}_{=T_0\Delta S_{\text{source}}} = 0 \implies \Delta S_{\text{source}} = -\frac{Q}{T_0}$$

La variation totale d'entropie étant alors :

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S + \Delta S_{\text{source}} = \Delta S - \frac{Q}{T_0} \geq 0$$

ce qui conduit finalement à :

$$\boxed{\Delta S \geq \frac{Q}{T_0}} \quad \text{Enoncé de Clausius du second principe}$$

1. On rappelle qu'en l'absence d'équilibre, aucune variable intensive et aucune fonction d'état n'est définie.

REMARQUE - (I.3) - 2:

Dans le cas où le système est en contact avec des sources multiples identifiées par leurs températures T_{0_i} , le même raisonnement conduit naturellement à :

$$\Delta S \geq \sum_i \frac{Q_i}{T_{S_i}}$$

II Thermodynamique des systèmes ouverts en régime permanent

II.1 Reformulation du premier principe

Supposons dans le référentiel d'étude galiléen \mathcal{R} un système ouvert en écoulement de surface de contrôle S fixe dans \mathcal{R} .

HYPOTHÈSES :

► le système ne comporte qu'une canalisation d'entrée A et une canalisation de sortie B

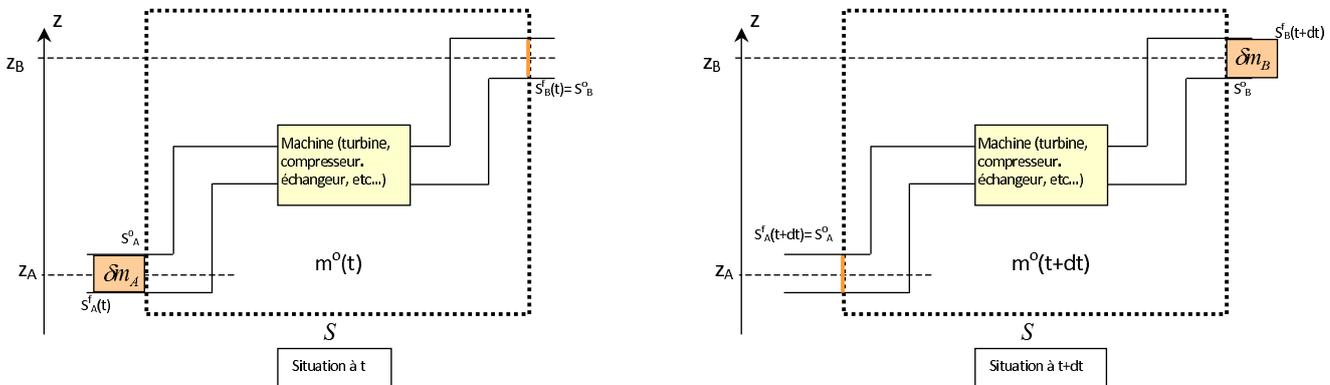
► l'écoulement est permanent $\implies D_{m_A} = D_{m_B} = D_m$

► le système comporte a priori une machine sur le "trajet" des canalisations.

On appelle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma^o \text{ le système ouvert de masse } m^o \text{ compris entre les sections } S_A^O \text{ et } S_B^O \\ \Sigma^f \text{ le système fermé de masse constante compris entre les sections } S_A^f(t) \text{ et } S_B^f(t) = S_B^O \text{ à } t \\ \text{et entre les sections } S_A^f(t+dt) = S_A^O \text{ et } S_B^f(t+dt) \text{ à } t+dt \\ \varepsilon^f = U + E_p + E_c \text{ l'énergie totale du système fermé (macro- et microscopique)} \\ \varepsilon^o \text{ l'énergie totale du système ouvert (macro- et microscopique)} \end{array} \right.$$

NB : dans toute la suite, on notera en minuscule toute grandeur massique (énergie, énergie interne, enthalpie, énergie cinétique et potentielle etc..)



Le système fermé Σ^f étant de masse constante, on a par bilan de masse entre les instants t et $t + dt$:

$$m^f = m^o(t) + \delta m_A = m^o(t + dt) + \delta m_B = cste$$

or le régime est permanent, soit $m^o(t) = m^o(t + dt)$ ce qui conduit à $\delta m_A = \delta m_B = D_m \cdot dt$.

Le bilan d'énergie totale entre les instants t et $t + dt$ est :

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon^f(t) = \varepsilon^o(t) + \delta m_A \cdot \underbrace{e_A}_{\text{énergie massique entr. tot.}} \\ \varepsilon^f(t + dt) = \varepsilon^o(t + dt) + \delta m_B \cdot \underbrace{e_B}_{\text{énergie massique sort. tot.}} \end{array} \right\} \implies d\varepsilon^f = \underbrace{d\varepsilon^o}_{=0 \text{ car R.P.}} + [\delta m \cdot e]_A^B$$

$$\frac{d\varepsilon^f}{dt} = D_m \cdot [e_B - e_A] = D_m \cdot [(u_B + e_{c_B} + e_{p_B}) - (u_A + e_{c_A} + e_{p_A})]$$

soit :

$$\frac{d\varepsilon^f}{dt} = D_m \cdot \left[(u_B + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B) - (u_A + \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A) \right]$$

Ecrivons maintenant le **premier principe** pour le système fermé : $d\varepsilon^f = \delta W + \delta Q$

$$\frac{d\varepsilon^f}{dt} = \frac{\delta W}{dt} + \frac{\delta Q}{dt} = \underbrace{\mathcal{P}_u}_{\text{puissance "utile" machine}} + \underbrace{\mathcal{P}_p}_{\text{puissance forces pression ext}} + \underbrace{\mathcal{P}_{th}}_{\text{puissance thermique échangée}}$$

(avec $\delta W = \underbrace{\delta W_u}_{\text{travail "utile" machine}} + \underbrace{\delta W_p}_{\text{travail forces pression ext}}$)

Finalemnt :

$$D_m \cdot \left[(u_B + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B) - (u_A + \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A) \right] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_p + \mathcal{P}_{th} \quad (\text{XIX.6})$$

EXPRESSION DE LA PUISSANCE DES FORCES DE PRESSION :

NB : les actions de pression n'agissent que sur les sections d'entrée et de sortie de la surface de contrôle et assurent ainsi le transfert de matière dans la "canalisation". Leurs travaux élémentaires pendant dt sont :

- ▶ **En entrée :** $\delta W_A = \vec{F}_A \cdot d\vec{OA} = P_A S_A \cdot dOA = P_A \cdot dV_A = P_A v_A \cdot \delta m_A = P_A v_A \cdot \delta m$
- ▶ **En sortie :** $\delta W_B = \vec{F}_B \cdot d\vec{OB} = -P_B S_B \cdot dOB = -P_B \cdot dV_B = -P_B v_B \cdot \delta m_B = -P_B v_B \cdot \delta m$

soit finalement :

$$\mathcal{P}_p = \frac{\delta W_A + \delta W_B}{dt} = \frac{\delta m}{dt} [P_A v_A - P_B v_B] = D_m [P_A v_A - P_B v_B]$$

Ce dernier résultat injecté dans l'équation XIX.6 donne :

$$D_m \cdot \left[\underbrace{(u_B + P_B v_B)}_{=h_B} + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B - \underbrace{(u_A + P_A v_A)}_{=h_A} - \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A \right] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$$

et finalement :

A RETENIR :

$$D_m \cdot \left[(h_B + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B) - (h_A + \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A) \right] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th} \quad \equiv \quad \text{Bilan enthalpique pour les systèmes ouverts "version 1"} \quad (\text{XIX.7})$$

soit encore en notant que

$$\begin{cases} \mathcal{P}_u = \underbrace{w_u}_{\text{travail utile massique}} \cdot D_m \\ \mathcal{P}_{th} = \underbrace{q}_{\text{chaleur massique}} \cdot D_m \end{cases}$$

$$\left[(h_B + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B) - (h_A + \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A) \right] = w_u + q \quad \equiv \quad \text{Bilan enthalpique pour les systèmes ouverts "version 2"} \quad (\text{XIX.8})$$

Enfin, on considère souvent si le fluide est gazeux qu'il peut, aux températures hautes (typiquement $> 100 K$), être assimilé au gaz parfait correspondant et l'on a (également avec les phases condensées) :

$$\Delta h = h_B - h_A = c_p \cdot (T_B - T_A)$$

donc :

$$\left[c_p(T_B - T_A) + \left(\frac{1}{2}c_B^2 + gz_B\right) - \left(\frac{1}{2}c_A^2 + gz_A\right) \right] = w_u + q \equiv \text{Bilan enthalpique pour les systèmes ouverts "version 3"}$$

(XIX.9)

II.2 Reformulation du second principe

Réalisons un bilan d'entropie pour le système fermé entre t et $t + dt$ toujours en régime stationnaire et avec les mêmes conventions d'écriture :

$$\left. \begin{array}{l} \text{entropie à } t : S^f(t) = S^o(t) + \delta m_A \cdot s_A \\ \text{entropie à } t + dt : S^f(t + dt) = S^o(t + dt) + \delta m_B \cdot s_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dS^f}{dt} = \underbrace{\frac{dS^o}{dt}}_{=0 \text{ rég. perm.}} + \frac{1}{dt} [\delta m \cdot s]_A^B = D_m [s_B - s_A]$$

Le **second principe** appliqué au système fermé Σ^f donne entre les instants t et $t + dt$ en supposant la température de frontière $T_{front.}$ homogène :

$$dS^f = \delta S^e + \delta S^c \stackrel{T_{front.} = cste}{=} \frac{\delta Q}{T_{front.}} + \delta S^c \Rightarrow \frac{dS^f}{dt} = \frac{1}{dt} \left[\frac{\delta Q}{T_{front.}} \right] + \frac{\delta S^c}{dt}$$

et finalement en rapprochant les deux dernières relations :

A RETENIR :

$$D_m [s_B - s_A] = \frac{1}{dt} \left[\frac{\delta Q}{T_{front.}} \right] + \frac{\delta S^c}{dt} \quad (\text{XIX.10})$$

$$\text{soit encore en notant que } \left\{ \begin{array}{l} \delta S^e = \frac{\delta Q}{T_{front.}} = \delta m s^e = D_m dt \cdot s^e \\ \delta S^c = \delta m s^c = D_m dt \cdot s^c \end{array} \right.$$

$$\Delta s_{A \rightarrow B} = s_B - s_A = s^e + \underbrace{s^c}_{\geq 0} \quad (\text{XIX.11})$$

III Exemples classiques d'application

III.1 Détente de Joule-Kelvin

Supposons une conduite horizontale de **parois adiabatiques** dans laquelle on fait circuler un fluide compressible. On place sur le trajet du fluide un bouchon de matériau poreux tel que de la ouate, provoquant alors une diminution de la pression. En outre, la conduite ne comporte pas de machine

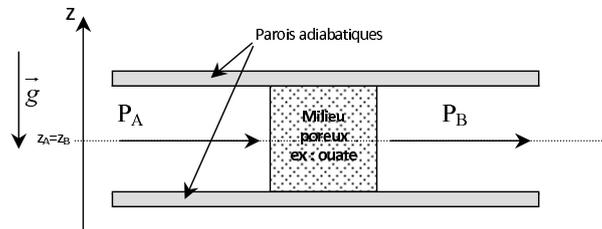


FIGURE XIX.7 – Détente de Joule-Kelvin dans une conduite

► BILAN ÉNERGÉTIQUE :

Appliquons la relation enthalpique établie plus haut entre l'entrée et la sortie de cette conduite ; il vient :

$$\left[(h_B + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B) - (h_A + \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A) \right] = \underbrace{w_u}_{=0 \text{ pas de machine}} + \underbrace{q}_{=0 \text{ conduite adiab.}} = 0$$

Par ailleurs on a :

[Conduite horizontale	⇒	$z_A = z_B$] donc	$h_B = h_A \Leftrightarrow$ détente isenthalpique
	Ecoulement lent	⇒	$c_B \simeq c_A \simeq 0$		

REMARQUE - (III.1) - 3:

Cette détente permet de savoir aisément si un gaz se rapproche du comportement du gaz parfait, puisque pour ce dernier subissant une détente isenthalpique, on doit avoir en vertu de la seconde loi de Joule (cf MPSI) :

$$\Delta h_{GP} = c_p \Delta T_{GP} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta T_{GP} = 0}$$

► BILAN ENTROPIQUE

La relation entropique est :

$$\Delta s_{A \rightarrow B} = s_B - s_A = s^e + \underbrace{s^c}_{\text{frott.} > 0} \quad \text{adiab.} \Rightarrow s^e = 0 \quad \boxed{\Delta s_{A \rightarrow B} = s_B - s_A > 0 \Rightarrow \text{création d'entropie}}$$

III.2 Tuyère

Les tuyères sont des dispositifs placés en aval des chambres de combustion des fusées, et permettent une accélération violente des gaz résultant de la combustion. La troisième loi de Newton fait le reste²!!!! On considère un gaz circulant dans un canalisation de section variable évasée vers la sortie, et dont la forme est adaptée pour assurer la plus forte augmentation de vitesse en sortie du "divergent" (sortie de tuyère) :

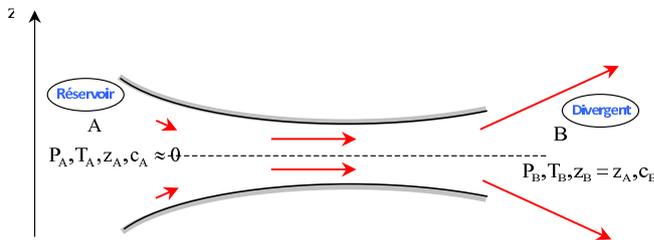


FIGURE XIX.8 – Schéma et photographie d'une tuyère de fusée V2 1944

► BILAN ÉNERGÉTIQUE :

$$\left[(h_B + \frac{1}{2}c_B^2 + gz_B) - (h_A + \frac{1}{2}c_A^2 + gz_A) \right] = \underbrace{w_u}_{=0 \text{ pas de machine}} + \underbrace{q}_{=0 \text{ tuyère adiab.}} = 0$$

Par ailleurs on a :

[tuyère horizontale	⇒	$z_A = z_B$] donc	$c_B = \sqrt{2(h_A - h_B)} \Leftrightarrow$ accélération du gaz en sortie
	Vitesse nulle dans le réservoir	⇒	$c_A \simeq 0$		

2. Pouvez-vous rigoureusement en expliquer le principe ?

REMARQUE - (III.2) - 4:

En supposant le gaz parfait, la seconde loi de Joule donne : $h_B - h_A = c_p(T_B - T_A) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} r(T_B - T_A)$ (avec $r = R/M$) donc :

$$c_B = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} r(T_A - T_B)}$$

Exercice de cours: (III.2) - n° 1 Montrer que si la tuyère fonctionne de manière réversible, on peut exprimer la vitesse de sortie des gaz uniquement en fonction des pressions amont et aval avec : $c_B = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} r T_A \left[1 - \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]}$

► BILAN ENTROPIQUE

La relation entropique est :

$$\Delta s_{A \rightarrow B} = s_B - s_A = s^e + \underbrace{s^c}_{\text{rév.} = 0} \quad \text{adiab.} \Rightarrow s^e = 0 \quad \Delta s_{A \rightarrow B} = s_B - s_A = 0 \Rightarrow \text{fonctionnement isentropique}$$

III.3 Echangeur thermique parallèle à contre courant

Un échangeur thermique est un dispositif permettant l'échange de chaleur entre deux circuits de fluides physiquement séparés, mais dont les canalisations sont en contact thermique "intime".

On envisage un échangeur thermique horizontal à **contre courant** d'axe $[Ox]$, les deux circuits de même débit massique D_m sont parcourus par le même liquide³ de capacité thermique c .

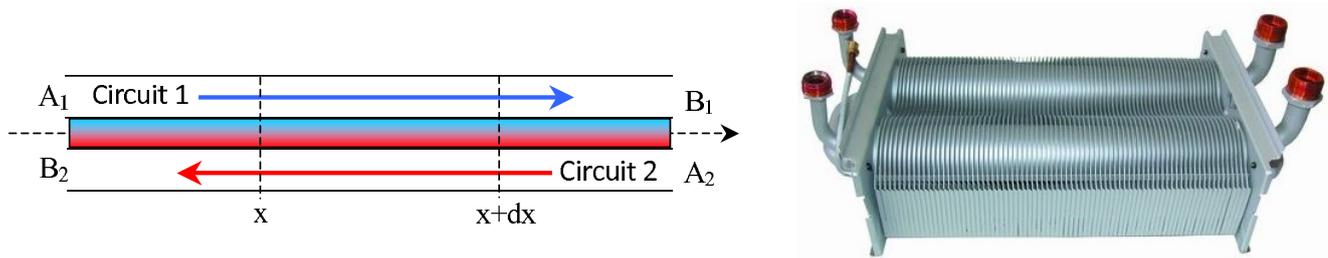


FIGURE XIX.9 – Echangeur thermique à contre-courant (schéma de principe et photo)

HYPOTHÈSES :

- On note $(D_{1m}, c_1, T_1(x))$ et $(D_{2m}, c_2, T_2(x))$ respectivement débits massiques, capacités thermiques massiques, et températures locales des fluides 1 et 2. Avec $D_{m1} = D_{m2}$
- Les échanges entre les deux fluides dans les canalisations se font selon un loi supposée linéaire avec la puissance élémentaire cédée par le fluide 1 au fluide 2 sur un tronçon dx qui vaut :

$$dP_{th_{1 \rightarrow 2}} = G(T_1 - T_2) \cdot dx$$

QUESTION : expression de la température $T_2(x = 0)$ en sortie du circuit 2 ?

Les relations enthalpiques pour chaque fluide sur un tronçon compris entre les abscisses x et $x + dx$ (analyse locale nécessaire car $T = T(x)!!!$) s'écrivent :

3. il s'agit en général d'eau additivée de glycol permettant un effet antigel et une augmentation substantielle de la capacité thermique massique.

$$\begin{cases} D_m [h_1(x+dx) - h_1(x)] = D_m c [T_1(x+dx) - T_1(x)] = -G(T_1(x) - T_2(x)) \cdot dx \Rightarrow \frac{dT_1(x)}{dx} = -\frac{1}{\lambda}(T_1(x) - T_2(x)) & (1) \\ D_m [h_2(x) - h_2(x+dx)] = D_m c [T_2(x) - T_2(x+dx)] = +G(T_1(x) - T_2(x)) \cdot dx \Rightarrow \frac{dT_2(x)}{dx} = -\frac{1}{\lambda}(T_1(x) - T_2(x)) & (2) \end{cases} \text{ avec } \lambda = \frac{D_m c}{G}$$

RÉSOLUTION : méthode "classique" en posant : $u(x) = T_1(x) - T_2(x)$ et $v(x) = T_1(x) + T_2(x)$

- (1) - (2) $\Rightarrow u(x) = K_u = cste$
- (1) + (2) $\Rightarrow v(x) = K_v - \frac{2K_u}{\lambda}x$

ce qui donne finalement :

$$\begin{cases} T_1(x) = \frac{u(x) + v(x)}{2} = \frac{1}{2}(K_u + K_v) - \frac{K_u}{\lambda}x \\ T_2(x) = \frac{v(x) - u(x)}{2} = \frac{1}{2}(K_v - K_u) - \frac{K_u}{\lambda}x \end{cases}$$

en exploitant les CL $\begin{cases} T_1(0) = T_{1A} \\ T_2(L) = T_{2B} \end{cases}$

la résolution (un peu longue mais simple) permet de dégager la température en sortie du circuit 2 :

$$T_2(x=0) = \frac{T_{1A} \frac{L}{\lambda} + T_{2B}}{1 + \frac{L}{\lambda}}$$

Exercice de cours: (III.3) - n° 2 Commenter les paramètres influençant l'efficacité du dispositif.

IV Etude des machines thermiques à l'aide du diagramme (P,h) de leur caloporteur

IV.1 Le diagramme (P,h) : utilité et principe de lecture pour fluide monophasé

Les diagrammes ($\begin{matrix} P \\ \uparrow \\ \text{pression} \end{matrix}$, $\begin{matrix} h \\ \uparrow \\ \text{enthalpie massique} \end{matrix}$) regroupent toutes les caractéristiques thermodynamiques d'un fluide ainsi que ses différents états sur un graphique portant l'enthalpie massique h en abscisse et la pression P en ordonnée.

UTILITÉ : ce diagramme permet de représenter toutes les transformations mono- ou diphasées que peuvent subir les fluides caloporteurs impliqués dans les machines thermiques (ou pas!!), et d'en tirer des informations très variées (chaleur, travail utile, capacité thermique, rendement, efficacité, etc...).

Les courbes abaqes figurant sur le diagramme sont les suivantes :

- isothermes $T = cste$
- isobares $P = cste$ (forcément des droites horizontales)
- isenthalpiques massiques $h = cste$ «**isenthalpes**» (forcément des droites verticales)
- isentropiques massiques $s = cste$ appelées «**isentropes**»
- isochores massiques $v = cste$

Ci-dessous, le diagramme (P, h) de l'air (fluide monophasé) accompagné de quelques commentaires :

À RETENIR :

En résumé : le diagramme enthalpique (P, h) constitue "la carte d'identité" thermodynamique d'un fluide.

Exercice de cours: (IV.1) - n° 3 On cherche à exploiter le diagramme (P, h) de l'air pour déterminer sous quelles conditions ce gaz suit correctement le modèle du GP.

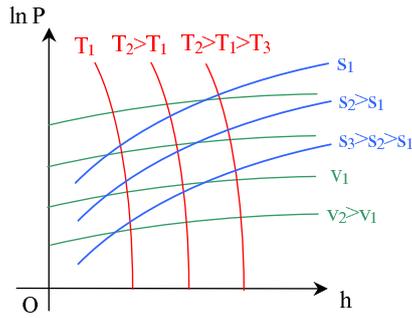


FIGURE XIX.10 – Allure d'un diagramme (P, h) de fluide monophasé

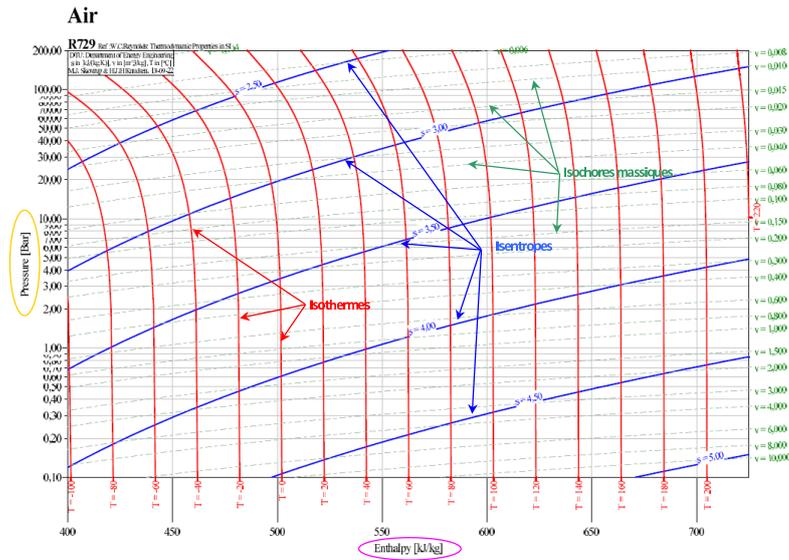


FIGURE XIX.11 – Diagramme (P, h) monophasé de l'air

- ❶ Evaluer le volume massique du GP sous $T = 20^{\circ}\text{C}$ pour $P = 1 \text{ bar}$. Comparer avec la valeur donnée grossièrement par le diagramme.
- ❷ Quelle propriété possède l'enthalpie massique d'un GP vis à vis de la température? Comparer avec le comportement de l'air donné par son diagramme.

a - Premier exemple élémentaire avec fluide monophasé : le détendeur

Un détendeur de gaz est un dispositif couramment utilisé pour abaisser la pression des gaz contenues dans des enceintes pressurisées; ex : bouteille de butane/propane, bouteille d'air comprimé de plongée etc...

PRINCIPE : on fait «frotter» le gaz sur les parois du détendeur **supposé adiabatique** (fines lamelles très proches les unes des autres) afin qu'il perde de la pression par suite des actions de viscosité \implies **détente type J.K. donc isenthalpique**

QUESTION : de l'air comprimé est stocké à température ambiante $T_e = T_a = 20^{\circ}\text{C}$ dans une bouteille à la pression $P_e = 200 \text{ bar}$. Ce gaz est envoyé dans un détendeur pour atteindre en sortie la pression atmosphérique de 1 bar . Déterminer à l'aide du diagramme (P, h) de l'air la température de sortie T_s du gaz.

RÉPONSE : la détente est de type Joule-Kelvin donc isenthalpique (attention : les parois sont athermanes par hypothèse), donc :

$$h_s - h_e = 0 \implies \text{la détente entre } e \text{ et } s \text{ est une droite verticale dans le diagramme } (P, h)$$

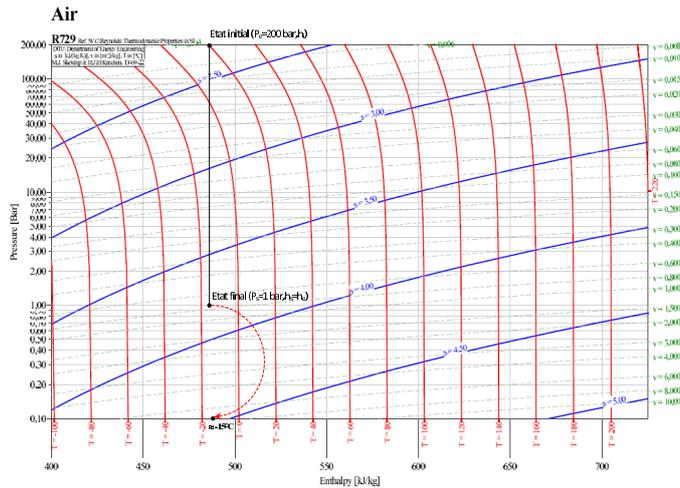


FIGURE XIX.12 – Détente isenthalpique dans un détendeur d'air comprimé

b - Second exemple élémentaire avec fluide monophasé : le compresseur

Un compresseur est un dispositif capable d'augmenter la pression d'un gaz en écoulement en lui fournissant du travail mécanique par l'intermédiaire d'un moteur.

Le schéma de principe est le suivant :

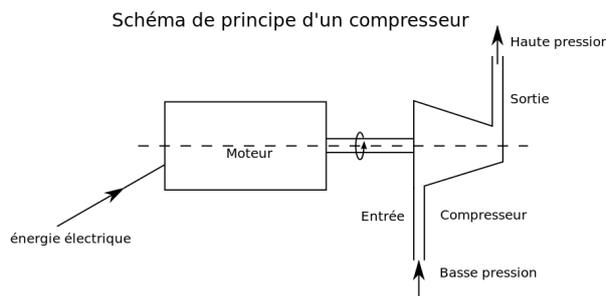


FIGURE XIX.13 – Schéma de principe d'un compresseur à moteur électrique (source : Wikipédia)

HYPOTHÈSE : on supposera que le compresseur fonctionne de manière adiabatique et réversible

⇒ la transformation se lit le long d'une isentrope dans le diagramme (P, h)

QUESTION : déterminer le travail massique d'un compresseur admettant de l'air à la pression $P_e = 1 \text{ bar}$ sous la température $T_e = 20^\circ\text{C}$ et le comprimant à $P_s = 2 \text{ bar}$

La relation enthalpique pour le compresseur (adiabatique) s'écrit :

$$h_s - h_e = w_u$$

Ainsi, le travail massique fourni au gaz par le compresseur est directement déterminé par la lecture de la variation d'enthalpie massique entre les deux points (P_e, h_e) et (P_s, h_s) sur une isentrope :

$$w_u = 575 - 520 = 55 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

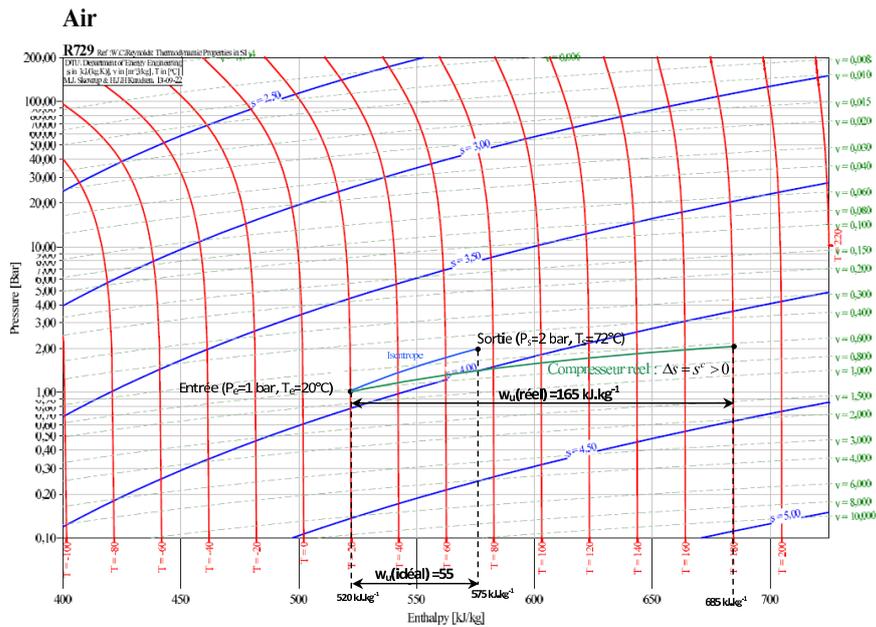


FIGURE XIX.14 – Détermination du travail massique d'un compresseur d'air

REMARQUE - (IV.1) - 5:

- on observe que $w_u > 0$ ce qui confirme que le système admet du travail du compresseur.
- On peut également lire sur le diagramme la température du gaz en fin de compression : $T_s = 72^{\circ}\text{C}$
- Dans un compresseur réel, le caractère "rapide" de la compression, ainsi que les frottements du gaz sur les parois du système engendre naturellement une création d'entropie; ainsi, la transformation réelle ne se lit pas sur une isentrope; cela entraîne une augmentation du travail massique nécessaire pour le compresseur travaillant entre les mêmes valeurs de pression que le compresseur idéal (cf exemple sur le diagramme ci-dessus).

IV.2 Diagramme (P,h) des fluides diphasés

a - Principe de lecture

Lorsque le fluide est diphasé dans les conditions de l'expérience ou bien de l'étude, on ajoute sur le diagramme (P,h) (à l'instar des diagramme de Clapeyron (P,v)) les frontières de domaine (\underbrace{L} ; $\underbrace{L+G}$; \underbrace{G}), ainsi que le réseau de courbes "isotitres" donnant le titre massique de la phase gaz :

Liquide Liquide +Gaz Gaz

$$\text{TITRE EN GAZ (TAUX DE VAPEUR)} : x_G = \frac{m_g}{m} = \frac{m_g}{m_l + m_g}$$

b - Exemple : le réfrigérateur à tétrafluoroéthane R134a

On propose ici de montrer la puissance des diagrammes (P,h) dans l'étude d'un réfrigérateur utilisant du tétrafluoroéthane comme liquide caloporteur appelé ici **liquide frigorigène**. Le principe général de cette machine thermique est décrit sur le schéma ci-dessous :

HYPOTHÈSES :

- Le compresseur comprime le gaz et fonctionne de manière adiabatique réversible
 \implies la "ligne de fonctionnement" entre 1' et 2 est une isentrope.
- Le condenseur condense le gaz en liquide en cédant de la chaleur à la source chaude, soit l'extérieur du réfrigérateur, et

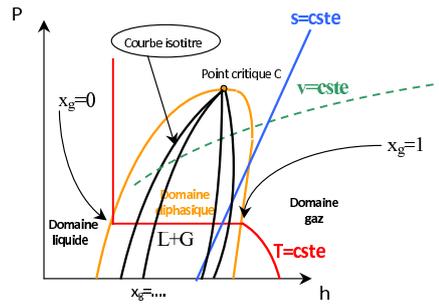


FIGURE XIX.15 – Allure générale du diagramme (P, h) d'un fluide diphasé

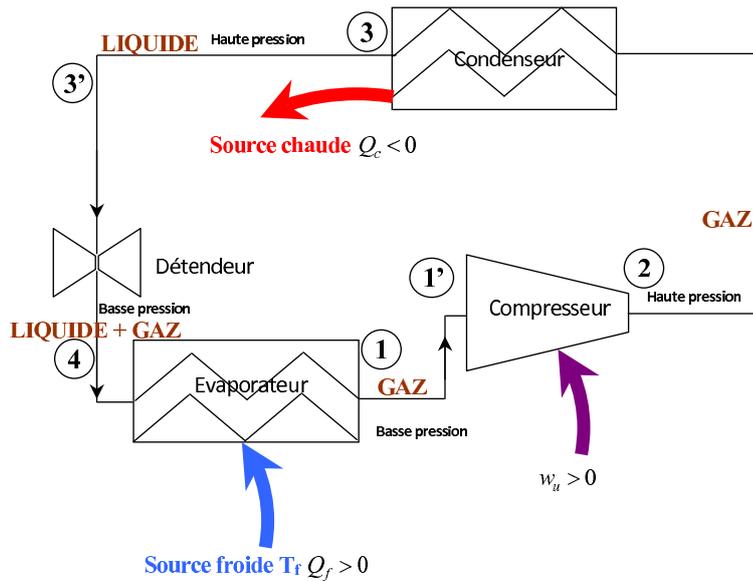


FIGURE XIX.16 – Schéma de principe d'un réfrigérateur

fonctionne de manière isobare jusqu'en 3(et isotherme⁴) ; il subit ensuite un sous-refroidissement vers 3'

⇒ la "ligne de fonctionnement" entre 2 et 3' est une isobare (horizontale).

- Le détendeur détend partiellement le liquide en un système diphasique *liquide+gaz* et fonctionne de manière isenthalpique ⇒ la "ligne de fonctionnement" entre 3' et 4 est une isenthalpe (verticale).
- Enfin, l'évaporateur vaporise totalement le mélange diphasique en gaz en captant de la chaleur à la source froide, soit l'intérieur du réfrigérateur, et fonctionne de manière isobare jusqu'en 1 (donc isotherme là-encore) ; il subit ensuite une surchauffe vers 1' ⇒ la "ligne de fonctionnement" entre 4 et 1' est une isobare (horizontale).

Les données de fonctionnement sont les suivantes :

$T_c(^{\circ}C)$	$T_f(^{\circ}C)$	$T_{\text{condens}}(^{\circ}C) = T_3$	$\Delta T_{3-3'}(\text{ssrefroid})(^{\circ}C)$	$T_{\text{évap}}(^{\circ}C) = T_1$	$\Delta T_{1-1'}(\text{surch})(^{\circ}C)$
+20	-18	+40	-10	-30	+10

4. il n'y a qu'un seul degré de liberté en zone diphasique (variance=1) ce qui a pour conséquence de fixer la température lorsque l'on fixe la pression ; cf cours chimie

Représentons maintenant le cycle frigorifique dans le diagramme enthalpique du tétrafluoroéthane R134a :

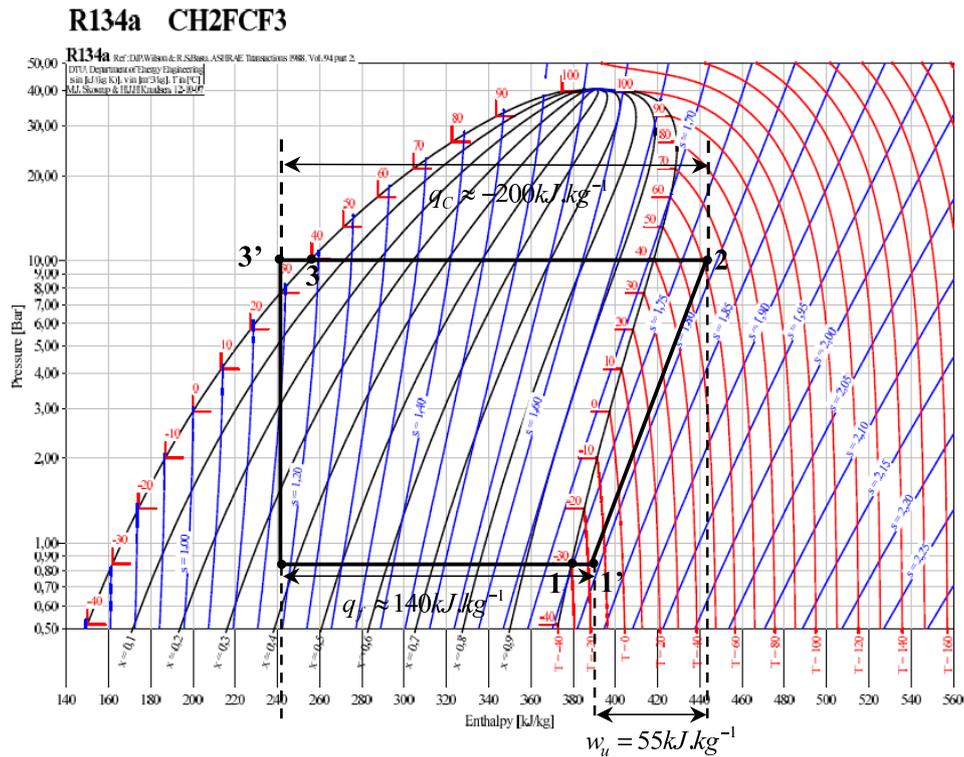


FIGURE XIX.17 – Représentation du cycle frigorifique dans le diagramme (P, h) du caloporteur

A partir du cycle, on peut mesurer ou visualiser directement :

P_{evap}	$P_{condens}$	$T_{compr} = T_2$	q_f	q_c	w_u	Efficacité (COP) $e = \frac{q_f}{w_u}$
0,85 bar	10 bar	60°C	140 kJ.kg ⁻¹	-200 kJ.kg ⁻¹	55 kJ.kg ⁻¹	2,54

DÉFINITION - (IV.2) - 4:

On appelle coefficient de performance ou COP d'une machine frigorifique le rapport :

$$COP = \frac{q_f}{w_u}$$

avec

- $q_f > 0$ chaleur massique échangée avec la source froide (à refroidir)
- $w_u > 0$ travail massique cédé par le moteur au caloporteur